

# コンピュータ基礎 (第3回配布)

## 第2章 データ表現

- (1) 数値データ (numeric data)
  - 整数 (integer), 浮動小数点数 (floating point number) 等
- (2) 非数値データ (nonnumeric data)
  - 文字コード、論理データ、制御コードなど

(中間試験は [6/3 or] 6/10の予定です)

担当: 福井大学 大学院工学研究科  
 情報・メディア工学専攻  
 森 眞一郎 (moris@u-fukui.ac.jp)

## [高校情報 復習]データの表記法

- 2進数表現、8進数表現、16進数表現

### [一般形] r進n桁表示

$$(a_{n-1}a_{n-2}\dots a_2a_1a_0)_{(r)} = a_{n-1} \cdot r^{n-1} + a_{n-2} \cdot r^{n-2} + \dots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0$$

2進数表現

$a_i$  のとり得る値は 0か1

8進数表現

2進数表現したものを3桁ずつまとめて表現したもの。

$a_i$ の取り得る値は 0から7

16進数表現

2進数表現したものを4桁ずつまとめて表現したもの。

$a_i$ の取り得る値は 0から15

(便宜上、10~15をA~Fの1文字に対応付けて表現)

10進数表現

$a_i$ の取り得る値は0から9

## [高校復習]2進数、8進数、16進数、10進数

10進	2進	8進	16進
0	00000	0	0
1	00001	1	1
...	...	...	...
7	00111	7	7
8	01000	10	8
9	01001	11	9
10	01010	12	A
11	01011	13	B
12	01100	14	C
13	01101	15	D
14	01110	16	E
15	01111	17	F
16	10000	20	10

## 1. 数の表現

### 位取り記数法

「桁」は figure あるいは digit と表現することがある

r進数(基数 r)で 整数部 n桁 小数部 m桁の数が表す  
 (10進数で換算した時の)値Nは

$$N = (a_{n-1}a_{n-2}\dots a_2a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2}\dots a_{-m})_{(r)} \\ = a_{n-1} \cdot r^{n-1} + a_{n-2} \cdot r^{n-2} + \dots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot r^{-m}$$

ここで

r: 基数(radix) あるいは 底(base)     $a_i$ : デイジット(digit)     $0 \leq a_i < r$ の整数

(110)<sub>10</sub>=

(0.1)<sub>10</sub>=

(110)<sub>8</sub>=

(0.1)<sub>8</sub>=

(110)<sub>2</sub>=

(0.1)<sub>2</sub>=

# 1. 数の表現

## r 進数

「桁」は figure あるいは digit と表現することがある

### r進数(基数 r)でn桁の計算に関する用語

「桁上げ(Carry:キャリー)」ある桁の数値が r-1 のとき 1 を足すと上位桁に桁上げが発生する。  
(より一般的には ある桁で加算した結果 r 以上となると上位桁に桁上げが発生)

「(桁)借り(Borrow:ポロー)」(10)<sub>r</sub>から1を引くと上位桁からの(桁)借りが発生する。  
(より一般的には ある桁で減算した結果、負となる場合にrを加算して正にし、上位桁を1減算する)

「オーバーフロー」計算の結果 n+1 桁目に桁上げが発生すること

「ビット(bit)」2進数1桁のこと (binary digit) ..... [情報理論的には 『情報量』をあらわす基本単位]

「バイト(Byte)」8bitを一まとめにした単位

2進数(binary number) : 基数 r=2 で表現する数  $0 \leq a_i < 2$   
8進数(octal number) : 基数 r=8 で表現する数  $0 \leq a_i < 8$   
16進数(hexadecimal number): 基数 r=16 で表現する数  $0 \leq a_i < 16$  (10以上の数はA,B,C,D,E,Fの1文字で表現)

# 1. 数の表現

## r 進数

「桁」は figure あるいは digit と表現することがある

### r進数(基数 r)でn桁の計算に関する用語

「最上位桁 と 最下位桁」(一般系)  
Most Significant Digit(MSD) Least Significant Digit(LSD)

特に2進数表現(r=2)の場合  
「最上位ビット と 最下位ビット」  
Most Significant Bit (MSB) Least Significant Bit(LSB)

(P.37中段) あくまでも、使用中の教科書での 統一表記ルール として  
最下位桁の 後に b, o, d(あるいは省略), hをつけて、  
それぞれ2進数、8進数、10進数、16進数を区別

(といいつつも、文脈から明らかな場合は b,o,d,hを省略すると書かれている点に注意!!)

表記例			
2進数(binary number)	:	0101 <b>b</b>	111.01 <b>b</b> 0.0001 <b>b</b>
8進数(octal number)	:	17654321 <b>o</b>	1234.5671 <b>o</b> 0.0007 <b>o</b>
16進数(hexadecimal number)	:	89ABCDEF <b>h</b>	1234.FED <b>h</b> 0.CBA98 <b>h</b>

プログラミング言語 C や C++では  
整数に関しては、  
16進数は 0x  
2進数は 0b  
を最上位桁の前に付けて10進数と区別。  
(減多に使わないがMSDに0を付けると  
なんと8進数と解釈されるので要注意!)

# 2. 基数の変換

## 整数部

「桁」は figure あるいは digit と表現することがある

r進数(基数 r)で 整数部 $I_0$  (n桁) 小数部 $D_0$  (m桁)の数が表す  
(10進数で換算した時の)値Nは

$$N = (a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m})_{(r)} = (I_0 \cdot D_0)_{(r)}$$

$$= a_{n-1} \cdot r^{n-1} + a_{n-2} \cdot r^{n-2} + \dots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot r^{-m}$$

n=4で考えると  
 $I_0$  は  $I_0 = a_3r^3 + a_2r^2 + a_1r + a_0 = (a_3r^2 + a_2r^1 + a_1)r + a_0$   
であるので、 $I_0$  を r で割った余りは  $a_0$  となり 商を  $I_1$  とすると

$I_1$  は  $I_1 = a_3r^2 + a_2r + a_1 = (a_3r^1 + a_2)r + a_1$   
であるので、 $I_1$  を r で割った余りは  $a_1$  となり 商を  $I_2$  とすると

$I_2$  は  $I_2 = a_3r^1 + a_2 = (a_3)r + a_2$   
であるので、 $I_2$  を r で割った余りは  $a_2$  となり 商を  $I_3$  とすると

$I_3$  は  $I_3 = a_3$   
であるので、 $I_3$  を r で割った余りは  $a_3$  となり 商は0となる

# 2. 基数の変換

## 小数部

「桁」は figure あるいは digit と表現することがある

r進数(基数 r)で 整数部 $I_0$  (n桁) 小数部 $D_0$  (m桁)の数が表す  
(10進数で換算した時の)値Nは

$$N = (a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m})_{(r)} = (I_0 \cdot D_0)_{(r)}$$

$$= a_{n-1} \cdot r^{n-1} + a_{n-2} \cdot r^{n-2} + \dots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot r^{-m}$$

m=3で考えると  
 $D_0$  は  $D_0 = a_{-1}r^{-1} + a_{-2}r^{-2} + a_{-3}r^{-3} = (a_{-1} + a_{-2}r^{-1} + a_{-3}r^{-2})r^{-1}$   
であるので、 $D_0$  を r 倍すると整数部は  $a_{-1}$  となり 小数部を  $D_1$  とすると

$D_1$  は  $D_1 = a_{-2}r^{-1} + a_{-3}r^{-2} = (a_{-2} + a_{-3}r^{-1})r^{-1}$   
であるので、 $D_1$  を r 倍すると整数部は  $a_{-2}$  となり 小数部を  $D_2$  とすると

$D_2$  は  $D_2 = a_{-3}r^{-1}$   
であるので、 $D_2$  を r 倍すると整数部は  $a_{-3}$  となり 小数部は0となる

## 2. 基数の変換

### 2進数と10進数の相互変換

「桁」は figure あるいは digit と表現することがある

r進数(基数 r)で 整数部 $I_0$  (n桁) 小数部 $D_0$  (m桁)の数が表す (10進数で換算した時の)値Nは

$$N = (a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m})_{(r)} = (I_0 \cdot D_0)_{(r)}$$

$$= a_{n-1} \cdot r^{n-1} + a_{n-2} \cdot r^{n-2} + \dots + a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot r^{-m}$$

n=4, m=3の例

rが10なら  $N = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 + \frac{1}{10}a_{-1} + \frac{1}{100}a_{-2} + \frac{1}{1000}a_{-3}$

rが2なら  $N = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 + \frac{1}{2}a_{-1} + \frac{1}{4}a_{-2} + \frac{1}{8}a_{-3}$

(1010.001)<sub>(r)</sub>が表す数値Nは? 数値Nをr進数で表すと?

いろいろな求め方を使えると、あとあと便利!!

10進数の 0.8 0.4 0.1は...

## 2. 基数の変換

### 2進数と10進数の相互変換

便利な表?

2	0.5
4	0.25
8	0.125
16	0.0625
32	0.03175

### 2進数⇒10進数

1) 原理に忠実に ひたすら以下の式を計算

$$N = 2^{n-1}a_{n-1} + \dots + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 + \frac{1}{2}a_{-1} + \frac{1}{4}a_{-2} + \frac{1}{8}a_{-3} + \dots + 2^{-m}a_{-m}$$

例題2' 2進数 110.101b を10進数に変換せよ。

(例題2は 1101.01b なんか似ていないか?)

2) 割り算の利用 (小数部がm桁の場合)

$N' = (a_{n-1}a_{n-2} \dots a_2a_1a_0 \cdot a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m})_{(r)}$  という整数と考えると N'を10進数で表した後に  $2^m$ で割る。

いろいろな求め方を使えると、あとあと便利!!

## 2. 基数の変換

### 2進数と10進数の相互変換

### 10進数⇒2進数

1) 基本形 (整数部 と 小数部を別々に計算)

例えば 26.875d を 2進数に変換

整数部 小数部

$$\begin{array}{l} 26/2 = 13 \dots 0 \\ 13/2 = 6 \dots 1 \\ 6/2 = 3 \dots 0 \\ 3/2 = 1 \dots 1 \\ 1/2 = 0 \dots 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 0.625 * 2 = 1.25 \\ 0.25 * 2 = 0.50 \\ 0.50 * 2 = 1.00 \end{array}$$

(最上位桁)

検算!

$$11010b = 16+8+2 = 26 \text{ (正解!)} \quad 0.101b = 0.5 + 0.125 = 0.625 \text{ (正解!)}$$

2) 引き算の利用(整数部 と 小数部を別々に計算)

$$\begin{array}{l} 27 - 16 = 11 \quad (16d=10000b) \quad 0.875 - 0.5 = 0.375 \quad (0.5d = 0.1b) \\ 11 - 8 = 3 \quad (8d= 1000b) \quad 0.375 - 0.25 = 0.125 \quad (0.25d = 0.01b) \\ 3 - 2 = 1 \quad (2d= 10b) \quad 0.125 - 0.125 = 0 \quad (0.125d = 0.001b) \\ 1 - 1 = 0 \quad (1d= 1b) \end{array}$$

便利な表?

0.5	2
0.25	4
0.125	8
0.0625	16
0.03125	32
	64
	128
	256
	512
	1024

## 2. 基数の変換

### 2進数と10進数の相互変換

2進数表現での少数表現の限界 ... 有限桁の2進数で表現できない数値が存在!

$$\begin{array}{l} 0.725 * 2 = 1.45 \\ 0.45 * 2 = 0.9 \\ 0.9 * 2 = 1.8 \\ 0.8 * 2 = 1.6 \\ 0.6 * 2 = 1.2 \\ 0.2 * 2 = 0.4 \\ 0.4 * 2 = 0.8 \end{array}$$

$$0.725d = 0.1011100$$

循環小数表現となり、有限桁で表すことが不可能

有限ビットで表現すると、真の値 との差が 「打ち切り誤差」となる

少数点以下 mビットで打ち切った場合の 打ち切り誤差 の絶対値は  $2^{-m}$  未満

(例えば少数点以下2ビットで打ち切ると、表現可能な小数部は 0.00 0.25 0.50 0.75 の4種類で 誤差の絶対値は 0.25 未満)

## 2. 基数の変換

### 2進数と16進数の相互変換

2進数 nビット で  $0 \sim 2^n - 1$  までの  
2<sup>n</sup>通りの数値を表現可能

2進数3桁 は 8進数1桁 に相当する表現が可能

2進数4桁 は 16進数1桁 に相当する表現が可能

10進	2進	8進	16進	10進	2進	8進	16進
0	0000	0	0	8	1000	10	8
1	0001	1	1	9	1001	11	9
2	0010	2	2	10	1010	12	A
3	0011	3	3	11	1011	13	B
4	0100	4	4	12	1100	14	C
5	0101	5	5	13	1101	15	D
6	0110	6	6	14	1110	16	E
7	0111	7	7	15	1111	17	F

## 3. 負数の表現と加減算

### 符号付の2進数表現

n bitで表現された2進数の最上位ビット(Most Significant Bit:MSB)  
を符号ビットとし、**MSBをSとすると S=0のとき正、S=1のとき負の数**をあらわす。

下位 n-1ビットの表現法として、例えば以下の3つが考えられる

#### 符号+絶対値

下位 n-1ビットで、数値の絶対値を表現する

#### 2の補数

符号を含めた n bitで2の補数表現とする

#### 1の補数

符号を含めた n bitで1の補数表現とする

## 実数の表現(2進数で符号+絶対値表記の例)

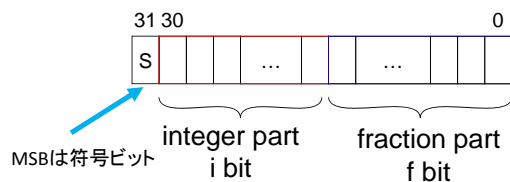
### 固定小数点表現

- 整数部(integer part) i桁と小数部(fraction part)j桁

で実数を表現

10110.1      -1011.01      1.01101  
(i=5,f=1)      (i=4,f=2)      (i=1,f=5)

### 32bit固定小数点表現の例



特に  
i=31, f=0 の場合は 整数  
逆に  
i=0, f=31の場合は 純小数

教科書P.40は 4bit がかつ  
整数 or 純小数のみに言及

## 実数の表現(10進数)

- 固定小数点表現 (小数点の位置は絶対位置)

- 日常的に接している実数表現

- 整数部 (integer part) i桁と小数部 (fraction part) f桁で表現

12345.6      -9234.56      5.23456  
(i=5,f=1)      (i=4,f=2)      (i=1,f=5)

- 浮動小数点表現 (小数点の位置は相対位置)

$1.23456 \times 10^4 = 12.3456 \times 10^3 = 123.456 \times 10^2 (=123456.0 \times 10^{-1})$

- 正規化表現  $[(-1)^s \times M \times B^e \text{形式}]$  (科学記数法[有効桁数が重要])

- 整数部1桁(0以外の数値)+小数部k桁 (以下はk=5の例)

$1.23456 \times 10^4$        $-9.23456 \times 10^3$        $5.23456 \times 10^0$

この例では有効桁数は10進6桁